

# Neuronas y redes neuronales

Joaquín Delgado

Departamento de Matemáticas

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

e-mail: [jdf@xanum.uam.mx](mailto:jdf@xanum.uam.mx)

Dirección postal: Av. San Rafael Atlixco 186,

Col. Vicentina, C.P. 09340, México D.F.

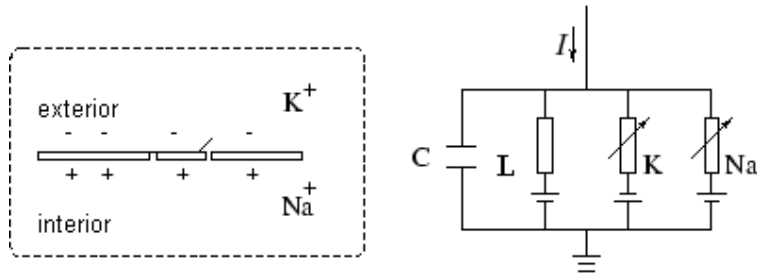
## RESUMEN

Se revisa el modelo de Hodgkin y Huxley de la transmisión de impulsos nerviosos en el axón como antecedente al modelo neuronal de Perceptrón de McCulloch y Pitts. Se presentan ejemplos simples y se señalan las limitaciones de arquitecturas basadas en el Perceptrón así como el algoritmo de retropropagación para entrenar redes neuronales. (NNs) Se discute la arquitectura de NetTalk, una red basada en retropropagación introducida en los 90's por Senkowski y Rosenberg. Finalmente se mencionan algunas líneas de investigación en la que las NNs pueden ser útiles en el área de Comunicación Humana,

Las redes neuronales se desarrollaron en la búsqueda de un paradigma universal de la computación ligado a las teorías psicológicas de la percepción y el conductismo, y por otro lado la investigación neurofisiológica. El estudio de mecanismos de percepción, principalmente la visión y el tacto, memoria y asociación, y más generalmente del aprendizaje y el lenguaje, son algunos de los temas de estudio abordados por diversas teorías psicológicas. La neurofisiología sigue un camino paralelo desde 1849 cuando Emile Du Bois Reymond descubre el potencial de acción nervioso ligando por primera vez la electricidad con la fisiología. Posteriormente Cole y Curtis (1938) usan un puente de Wheatstone (un circuito resistivo sencillo) para mostrar experimentalmente un aumento en la conductividad de membrana durante el potencial de acción. Hodgkin, Huxley, Curtis y colaboradores en 1939 consiguen hacer mediciones intra-axonales en el calamar gigante (un ingenio de tecnología, entonces); Hodgkin y Katz (1949) establecen que los iones de sodio y potasio  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  contribuyen de manera significativa a la corriente iónica trans-membranal y que el potencial de acción depende críticamente del ión  $\text{Na}^+$  y que en menor proporción el ión de cloro  $\text{Cl}^-$  es el principal causante de las corrientes iónicas de fuga. En 1952, Hodgkin y Huxley (H&H, en lo sucesivo) obtienen formas funcionales para la variación de las conductancias con el potencial de acción y las incorporan en ciertas ecuaciones diferenciales, con lo cual consiguen reproducir fenómenos como la refractoriedad absoluta y relativa del impulso nervioso, la existencia de un valor de umbral, vgr., un valor mínimo del potencial a partir del cual le neurona “dispara” impulsos nerviosos en secuencia, y la actividad repetitiva. Las investigaciones de Hodgkin, Huxley y colaboradores hicieron a los primeros acreedores al premio Nobel en Medicina y Fisiología en 1963, junto con John Eccles.

### **1. El modelo neuronal de Hodgkin y Huxley**

El modelo de Hodgkin y Huxley se representa en la Figura 1



La membrana celular semipermeable separa el interior de la célula del líquido extracelular y actúa como un capacitor indicado en la figura de la derecha por el símbolo C. La membrana posee canales (*compuertas*) que permiten el flujo de iones de sodio y potasio modificando la diferencia de concentración a través de la membrana. El efecto se representa a la derecha por baterías de corrientes variables denotadas por K y Na. Además puede haber fugas (*leakeages*) de corriente a través de la membrana en menor proporción denotadas genéricamente por la batería de corriente L en la figura de la derecha. Si se aplica una corriente I, desde el exterior entonces por las leyes de Kirchoff se tiene

$$(1) \quad I(t) = I_C + I_{Na} + I_K + I_L, Q = Cu, I = \frac{dQ}{dt}$$

$$C \frac{du}{dt} = -(I_{Na} + I_K + I_L) + I$$

donde  $u$  es el potencial de membrana, C su capacitancia e  $I$  la corriente externa aplicada. H&H proponen el siguiente modelo expresado en términos de las conductancias de las compuertas de sodio, potasio y de fuga respectivos,  $g_{Na}$ ,  $g_K$ ,  $g_L$  y los potenciales reversos  $E_{Na}$ ,  $E_K$ ,  $E_L$ .

$$(2) \quad C \frac{du}{dt} = -g_{Na} m^3 h (u - E_{Na}) - g_K n^4 (u - E_K) - g_L (u - E_L) + I$$

donde las variables de compuerta  $m$ ,  $n$ ,  $h$  (*gating variables*), asociadas a la probabilidad de que las compuertas estén abiertas ( $m, n$ ) o cerradas ( $h$ ), siguen una ley de decaimiento exponencial con el tiempo

$$(3) \quad \frac{dx}{dt} = \alpha_m(u)(1-x) - \beta_m(u)x, \quad x = m, n, h$$

donde los coeficientes dependen explícitamente del potencial de membrana  $u$ . En forma equivalente las ecuaciones (2) se pueden escribir como

$$(4) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\tau_x} (x_0 - x), \quad x = m, n, h$$

donde  $\tau_x$  es una escala del tiempo de relajación (vida media).

El mérito de Hodgkin y Huxley fue determinar valores experimentales para los parámetros de conductancias y potenciales reversos, mediante técnicas experimentales sofisticadas en su época, así como la forma funcional de los coeficientes en la ecuación (2) que se describen en la Tabla I

$x$	$E_x$	$g_x$
Na	115 mV	120 mS/cm <sup>2</sup>
K	-12 mV	36 mS/cm <sup>2</sup>
L	10.6 mV	0.3 mS/cm <sup>2</sup>
C	1 mF/cm <sup>2</sup>	

$x$	$\alpha_x(u/mV)$	$\beta_x(u/mV)$
$n$	$\frac{0.1 - 0.01u}{\exp(1 - 0.1u) - 1}$	$0.125 \exp(-u/80)$
$m$	$\frac{2.5 - 0.01u}{\exp(2.5 - 0.1u) - 1}$	$4 \exp(-u/18)$
$h$	$0.7 \exp(-u/20)$	$\frac{1}{\exp(3 - 0.1u) + 1}$

Tabla 1. Valores experimentales y forma funcional de los coeficientes de variación de las variables de compuerta propuestos por Hodkin y Huxley.

La forma de los valores de equilibrio  $m_0$ ,  $n_0$ ,  $h_0$ , así como las escalas de tiempo  $\tau_m$ ,  $\tau_n$ ,  $\tau_h$  que aparecen en la ecuación (4), como funciones del potencial  $u$  se muestran en la Figura 2.

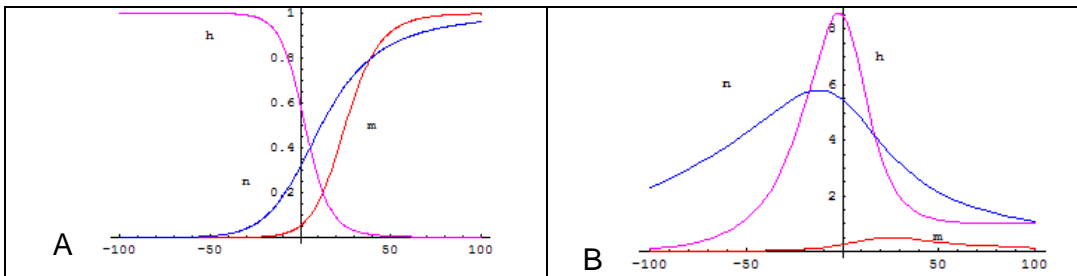


Figura 2. (A) Dependencia funcional de los coeficientes de equilibrio  $x_0(u)$ ,  $x=m,n,h$ . (B) Dependencia funcional de las escalas de tiempo  $\tau_x(u)$ ,  $x=m,n,h$ .

Con su modelo, HH consiguieron describir diversos fenómenos de la transmisión de impulsos nerviosos que se describen a continuación en las siguientes figuras:

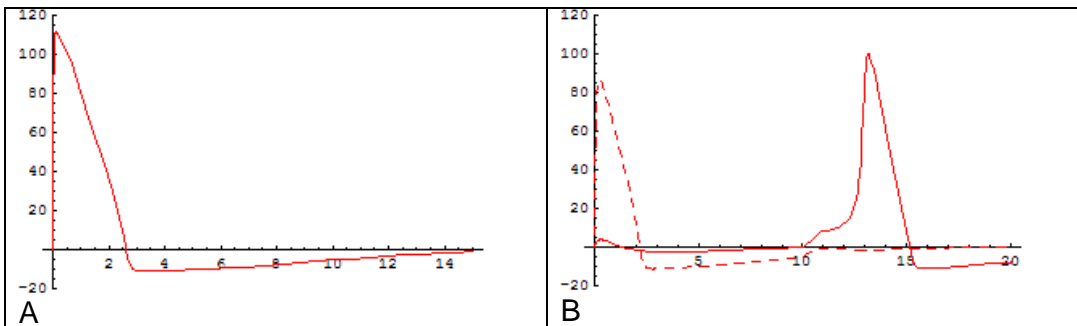


Figura 3. A. Respuesta típica del sistema (2) de H&H. B. Potencial de acción: Se aplica una corriente de 1 mS de duración a los 10 mS. Si la intensidad es suficientemente grande se desencadena un pico en el potencial de membrana llamado Potencial de Acción (curva continua); si la intensidad es baja no alcanza a desarrollarse el pico (curva punteada).

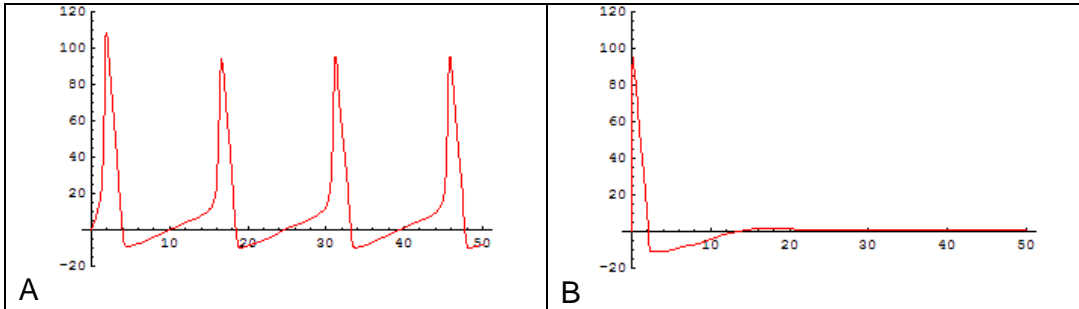


Figura 4. A. Tren de picos: Para una corriente constante  $I = I_0$  suficientemente intensa a partir de 10 mS, se desencadena un tren de picos. Si la intensidad es pequeña no hay tren de ondas.

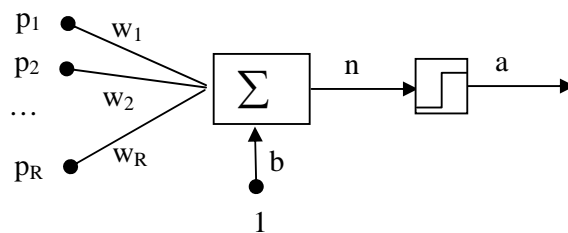
## 2. Conexiones sinápticas

Las células nerviosas poseen la característica única de comunicarse rápidamente una con otra, a largas distancias a veces, debido a los mecanismos de conducción axonal y transmisión sináptica. Existen dos clases de transmisión sináptica: eléctrica y química. La primera se lleva a cabo mediante el flujo de iones de manera similar a como se ha explicado en la sección anterior, con al añadido de que la transmisión de impulsos se lleva a cabo tanto en la fase presináptica como postsináptica. Está caracterizada por ser muy rápida, bidireccional en la mayoría de las especies vertebradas como invertebradas y las distancias intersinápticas son del orden de 3.5 nm. La transmisión sináptica química es unidireccional, es llevada a cabo por las vesículas que acarrean transmisores del núcleo al puente sináptico mediante exocitosis vesicular. La separación que usa esta clase de mecanismo es del orden de 30-50 nm. En una neurona, las dendritas receptoras reciben señales de otras neuronas a través de las sinapsis de salida en los extremos axonales. Las señales pueden ser de tipo inhibitorio o de activación, dependiendo si están por abajo o por arriba del potencial de reposo. El cuerpo neuronal actúa como un integrador todo o nada, i.e. suma las señales de de las entradas y produce un potencial de acción si la suma neta sobrepasa el potencial de reposo. En ocasiones una neurona (madre) puede estar conectada a otra (aférente) haciendo el papel de feedback, i.e. la señal de salida de la neurona madre puede reingresar a través de la neurona aférente.

El número total de conexiones dendríticas pueden ser de unos billones, en el cerebro humano, y algunos complejos neuronales pueden adoptar geometrías genéticamente configuradas de acuerdo a su función. Por ejemplo, el complejo neuronal responsable del reconocimiento sonoro se acomoda acorde al patrón de frecuencias audibles por el ser humano.

## 3. El modelo neuronal de McCulloch y Pitts

W.S. McCulloch y W.A. Pitts (1943) conciben los fundamentos de la computación neuronal inspirada en la estructura neuronal. Las  $R$  señales de entrada  $p_1, p_2, \dots, p_R$  se multiplican por pesos



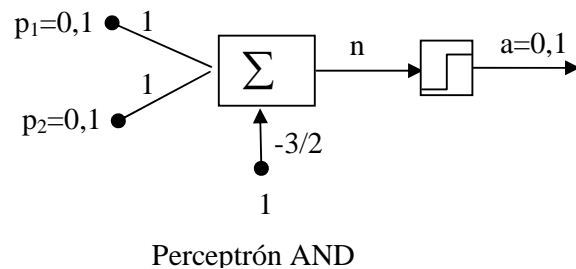
El Perceptrón

$w_1, w_1, \dots, w_R$  que representan la intensidad de la señal recibida por la dendrita correspondiente, pesos negativos corresponden a señales inhibitorias, pesos positivos a potenciales de activación. La señal neta que llega el cuerpo neuronal es  $n = w_1 p_1 + w_2 p_2 + \dots + w_R p_R$ . La neurona dispara una señal axonal binaria 1 ó 0 dependiendo si la señal neta  $n$  sobrepasa un valor umbral. De manera equivalente se puede modelar esta respuesta introduciendo un parámetro de umbral  $b$  en la señal de entrada neta  $n = w_1 p_1 + w_2 p_2 + \dots + w_R p_R + b$  y la función salto unitario *hardlim* definida como

$$(1) \quad \text{hardlim}(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } n > 0 \\ 0, & \text{si } n \leq 0 \end{cases}$$

La estructura definida anterior se llama una *neurona artificial* y es una simplificación de la neurona real. El modelo de neurona artificial definida por la función de transferencia *hardlim* se conoce como el Perceptrón.

Inicialmente el Perceptrón causó mucho entusiasmo debido a que se pueden diseñar las compuertas lógicas AND, OR y NOT (negación). En la figura de la derecha se dan los pesos de la red que reproduce la operación lógica AND. El lector puede comprobar que



la función representada en dicha figura, vgr.  $a = \text{hardlim}(p_1 + p_2 - 3/2)$  con la definición de la función *hardlim* dada en (1), reproduce la tabla de verdad. En la Figura 6 se presenta la tabla lógica del AND y la *frontera de decisión*  $p_1 + p_2 - 3/2 = 0$  que delimita los valores binarios de  $p_1, p_2$  que dan un valor de  $a = 0$  (falso), ó  $a = 1$  (verdadero).

$p_1$	$p_2$	$a$
0	0	0
1	0	0
1	1	1
0	1	0

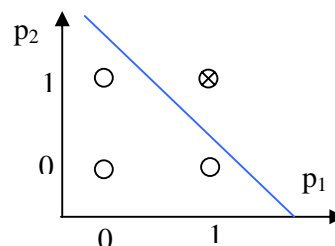


Figura 6

Rápidamente se reconocieron las limitaciones del Perceptrón. Por ejemplo la operación lógica XOR – llamada OR exclusivo-- definida como verdadero cuando una sola de las alternativa es verdadera, no puede separarse por una línea similar como se muestra en la Figura 9. El problema XOR no es *linealmente separable* ya que los casos verdaderos no se pueden separar con una recta de los casos falsos. Sin embargo se pueden separar por dos rectas como se muestra en la figura de la derecha

$p_1$	$p_2$	$a$
0	0	0
1	0	1
1	1	0
0	1	1

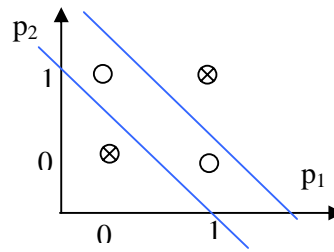
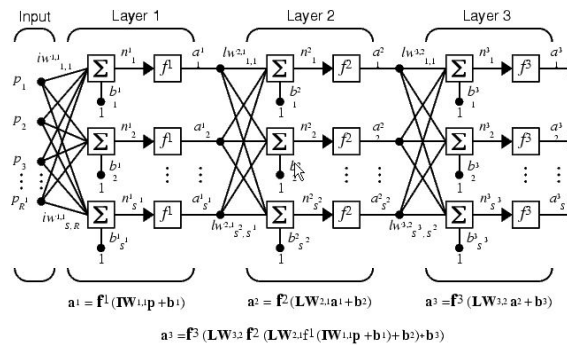


Figura 7. Tabla de verdad del operador lógico XOR (izq.). Los casos verdaderos (círculos) no se pueden separar de los falsos (cruces) por una recta pero sí con dos rectas (der.).

Una red neuronal de tres capas se muestra en la figura de la derecha. El vector de *input* tiene  $R^1$  componentes. La capa de entrada (layer 1) tiene  $S^1$  neuronas –igual a la dimensión del vector de salida  $a^1$  ( $S^1$  puede ser distinto de  $R^1$ ); pesos de entrada dadas por la matriz  $S^1 \times R^1$ ,  $IW^1$ , vector de umbrales  $b^1$  y funciones de transferencia  $f^1: \mathbb{R}^{S^1} \rightarrow \mathbb{R}^{S^1}$ . La capa oculta tiene entradas coincidentes con las salidas  $a^1$  de la primera capa. La capa oculta tiene  $S^2$  neuronas ( $S^2$  puede ser distinto de  $S^1$ ); funciones de transferencia  $f^2: \mathbb{R}^{S^2} \rightarrow \mathbb{R}^{S^2}$ . Convenciones similares se aplican a la tercera capa. La red es equivalente a la composición de funciones mostrada en la parte de abajo en la figura.



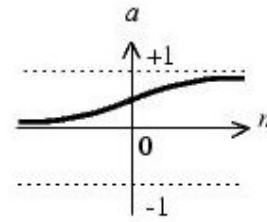
Minsky y Papert (1969) mostraron que considerando redes de perceptrones i.e. con funciones de transferencia *hardlim*, sólo es posible clasificar problemas que se pueden delimitar regiones con fronteras rectas. En el problema XOR, las clases verdaderas y falsas se pueden separar por dos rectas. Problemas más complejos como los que se muestran en la figura de la derecha se pueden resolver mediante redes de perceptrones.

STRUCTURE	TYPES OF DECISION REGIONS	EXCLUSIVE OR PROBLEM	CLASSES WITH MESHEDED REGIONS	MOST GENERAL REGION SHAPES
SINGLE-LAYER	HALF PLANE BOUNDED BY HYPERPLANE			
TWO-LAYER	CONVEX OPEN OR CLOSED REGIONS			
THREE-LAYER	ARBITRARY (Complexity Limited By Number of Nodes)			

Esencialmente cada perceptrón en la capa de entrada define una recta de decisión y las capas ocultas definen operadores lógicos AND, OR con los cuales se definen las regiones poligonales. Por ejemplo, la función lógica  $XOR(p_1, p_2) = AND(OR(p_1, p_2), NOT(AND(p_1, p_2)))$  se puede resolver con una red de 2 capas de perceptrones, como se muestra en la 2ª. fila de la figura.

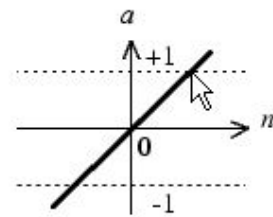
#### 4. Entrenamiento supervisado

En el ejemplo AND dimos los pesos y umbrales que definen la recta de decisión. En casos prácticos se desconocen los pesos y umbrales (parámetros) y deberán determinarse mediante algoritmos de *entrenamiento*. Se llama *entrenamiento supervisado* de la red cuando se determinan a partir de datos entrada/salida  $(p_1, t_1), (p_2, t_2), \dots, (p_R, t_R)$  conocidos



llamados *datos de entrenamiento*. En el *entrenamiento no supervisado* los parámetros se determinan sin auxilio de datos de entrenamiento. Muchos algoritmos de *entrenamiento no supervisado* tienden a definir cúmulos, retículas o simulan procesos de supervivencia como los algoritmos genéticos.

Como el perceptrón tienen una salida binaria, una red de perceptrones a lo más admite entradas  $p_1, p_2, \dots, p_R$  continuas pero las capas ocultas reciben entradas binarias  $a_1, a_2, \dots, a_{s1}; a_1, a_2, \dots, a_{s2}, \dots$ . Desgraciadamente no existen algoritmos eficientes de *entrenamiento* de redes de perceptrones. Una solución a este inconveniente es considerar funciones de transferencia de del tipo sigmoidea o lineal como se muestran en las figura a la derecha.



Cuando se usan funciones de transferencia de tipo sigmoidea es necesario reetiquetar las salidas en los datos de *entrenamiento*  $t_i$ , típicamente sustituyendo 1 por .9 y 0 por .1, por ejemplo. De esta manera al evaluar el *entrenamiento* se deberá estimar el error cuadrático medio  $mse = \sum_{i=1}^R (a_i - t_i)^2$  que, si recordamos que las

salidas  $a_i$  dependen de los parámetros, los procedimientos de *entrenamiento* típicamente intentan minimizar mse usando métodos de optimización. Esta técnica de *entrenamiento* se conoce como la regla *delta* o *LMS* (least mean squares), o de *entrenamiento* de Hopf-Widrow. Las bases del algoritmo de *retropropagación* para *entrenar* redes neuronales fueron introducidas por Rosenblatt (1962) y redescubiertas años después por Parker, Le Cun (1985), y Ruemhart, Hinton y Williams (1986). Se compara el error en los datos de salida y de *entrenamiento* y el error se propaga hacia las capas ocultas anteriores, en cada presentación de los datos, los parámetros se actualizan en la dirección de máximo descenso del error cuadrático medio.

#### 5. Aplicaciones

Las aplicaciones de las redes neuronales son múltiples, mencionaremos las más conocidas.

1. Medicina: clasificación de señales: llanto de un bebé: hambre, dolor, etc.; Detección de enfermedades: hepatitis, cáncer en base a indicadores clínicos.
2. Mapa de grafemas a fonemas que permitan la lectura en voz alta de texto escrito por la máquina.
3. Memoria: en la memoria asociativa, los ejemplares aparecen contaminados con ruido y deben asociarse a patrones definidos

- (reconocimiento de letra escrita); en la memoria heteroasociativa un patrón nuevo debe asociarse de manera óptima con patrones conocidas.
4. Aproximación funcional y predicción. Aproximar y predecir una señal arbitraria: electrocardiograma, encefalograma, filtraje de señales.
  5. Estudios teóricos sobre daño cerebral y su relación con la dislexia profunda.

Vamos a discutir con cierto detalle el sistema NetTalk construido por Sejnowski y Rosenberg (1987) que aparece en la referencia *"Parallel networks that learn to pronounce English text"*. Sistemas similares aparecieron en otros idiomas como el Alemán (NetsSprech, 1989) y Holandés (NetSpraak, 1995). NetTalk fue una de las aplicaciones más relevantes de las redes neuronales al lenguaje artificial.

La arquitectura de NetTalk se muestra en la Figura 10

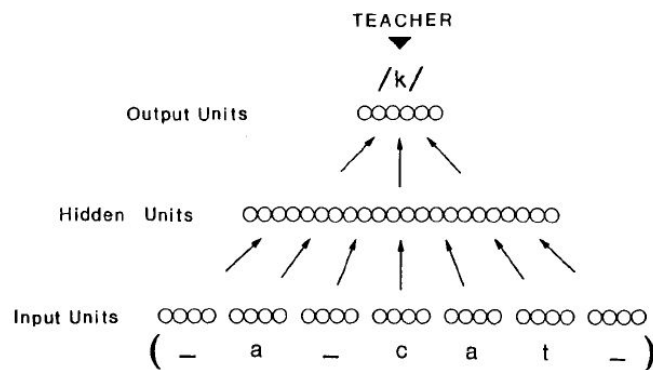


Figura 10. La ventana de lectura de NetTalk consta de 7 letras codificadas. Las letras se representan por un vector de 29 entradas binarias con un 1 en la posición correspondiente al orden alfabético (26 letras) más tres entradas adicionales para representar signos de puntuación y espacios, dando un vector de entrada de  $29 \times 7 = 203$  dimensiones que alimenta una capa de entrada de 203 neuronas. Una capa intermedia de 80 neuronas con funciones de transferencia sigmoideas y una capa de salida de 26 neuronas correspondientes a diversas características de los fonemas ingleses. Los fonemas se representan por 21 aspectos tales como "bajo", "tenso", "central", "vocal", "labial", etc. Cinco neuronas adicionales dan cuenta del esfuerzo y fronteras silábicas para un vector de salida de características fonológicas de 26 componentes.

La razón de elegir una ventana de 7 letras proviene de la evidencia experimental de que en un texto, las tres letras vecinas a la letra central proveen información significativa para la pronunciación correcta de la misma, decayendo a cero rápidamente con la distancia.

La representación de algunos fonemas, puntuaciones y esfuerzos se muestra en la siguiente fracción de texto

Fonema	Sonido	Aspectos articulatorios
/a/	father	Bajo, tenso, central2
/b/	bet	Vocal, labial, alto
/c/	bought	Medio, velar
/d/	deb	Vocal, alveolar, alto



/-/	Continuación	Silencioso, elide
/_/_	Frontera palabra	Pausa, elide
/./	punto	Pausa, alto total
<	Frontera sílaba	Derecha
>	Frontera sílaba	Izquierda
1	Esfuerzo primario	Fuerte, débil
2	Esfuerzo secundario	Fuerte

Los textos de entrenamiento consistieron fueron dos: 1024 palabras transcritas a fonemas a partir del habla continua de un niño y 1000 palabras más comunes del *Miriam's Webster Pocket Dictionary (MWPD)*; a continuación una muestra donde aparece la palabra, su traducción fonética, puntuaciones y esfuerzos y un código 0,1, 2 para palabras regulares, irregulares y extranjeras

Grafema	Fonema	Puntuación, esfuerzo	Regular, irregular, extranjero
accent	@ksEnt	1<>2<<	0
accidental	@ksEnCYxl	0<>1<<00<	0
advertisement	@dv-RtAz-mxnt	2<>0<>1<>>0<<	0
february	fEbYwEri	>1<>02<0	1

Tabla 2. Ejemplo de datos de entrenamiento del MWPD

## Referencias bibliográficas

1. A.J.M.M. Weijters and G.A.J. Hoppenbrouwers. "Backpropagation networks for grapheme-phoneme conversión a non-technical introduction". En *Artificial Neural Networks*, Lectures Notes in Computer Sciences, **931**, pp. 11-36 (1991).
2. W.S. McCulloch and W. Pitts. "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity". *Bull. Math. Biophysics*, **5**, pp. 115-133 (1943).
3. M. Minsky and S. Papert. *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1969).
4. D.E. Rumelhart, G.E. Hinton and R.J. Williams. "Learning internal representations by error propagation". In *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition. Vol. I: Foundations*, D.E. Rumelhart, J.L. McClelland, and the PDP Research Group eds. MIT Press, Cambridge, Mass., pp. 318-362 (1988).
5. F. Rosenblatt. *Principles of Neurodynamics*. Spartan Books, New York (1962).
6. T.J. Sejnowski and Ch. R. Rosenberg. "Parallel networks that learn to pronounce English text". *Complex Systems* **1**, pp. 145-168 (1987).
7. Hodgkin, A. L. and Huxley, A. F. "A Quantitative Description of Membrane Current and its Application to Conduction and Excitation in Nerve" *Journal of Physiology* **117**: 500-544 (1952).